

Jan ZWOLAK¹, Marek MARTYNA²

WIELOKRYTERIALNA OPTIMALIZACJA PRZEKŁADNI ZĘBATYCH

Streszczenie. W większości przekładni zębatych (skrzyń przekładniowych) stosowanych w maszynach roboczych, moduły kół zębatych mają jednakowe wartości liczbowe. Stosowanie tej zasady niewątpliwie ułatwia obliczenia geometryczne i wytrzymałościowe, łącznie z procedurami optymalizacyjnymi.

W pracy przedstawiono wielokryterialną optymalizację skrzyni przekładniowej typu „power shift”, stosowanej w ładowarkach kołowych. Ładowarka kołowa jako maszyna robocza, jej podzespoły i poszczególne elementy poddawane są bardzo szerokiemu spektrum obciążeń w czasie eksploatacji. Na różnorakie obciążenia, również i dynamiczne narażone są koła zębate, tworzące strukturę skrzyni przekładniowej. Szczególnie niebezpieczne są obciążenia powodujące zginanie zęba u podstawy, a w ostateczności prowadzące do jego złamania.

Sformułowane w pracy zadanie optymalizacji wielokryterialnej, ma zapewnić skrzyni przekładniowej zdolność do przenoszenia obciążeń wynikających z pełnego zakresu pracy maszyny roboczej.

MULTICRITERION GEAR OPTIMISATION

Summary. In most gear transmissions (gear boxes) applied in construction machines, gear modules have identical numerical value. This principle facilitates geometrical and strength calculations, including optimisation procedures.

The study discusses multicriterion optimisation of power shift gear applied in wheeled loaders. As a construction machine, the wheeled loader, its subassemblies and components are subjected to a wide load range during operation. Toothed wheels which make up the gear box structure are also subject to different load, including dynamic load. The greatest danger is posed by load which bends the tooth at the base and ultimately leads to its breakage.

The multicriterion optimisation principle formulated in the study has been postulated to ensure that the gear box is capable of distributing the load posed by the full working range of a construction machine.

1. WPROWADZENIE

Racjonalne projektowanie skrzyń przekładniowych wielobiegowych, stosowanych w maszynach roboczych, wymaga od konstruktora uwzględniania obciążeń eksploatacyjnych

¹ WTZ, Akademia Rolnicza, ul. Balicka 122, 30-149 Kraków, tel (+48 12) 6624762, jazwol@neostrada.pl

² Biuro Rozwoju, HSW S.A., ul. Kwiatkowskiego 1, 37-450 Stalowa Wola, tel (+48 15) 8436284, rr@hsw.pl

przenoszonych przez poszczególne koła zębate o bardzo szerokim zakresie wartości. Zadanie to nie jest tak trudne do realizacji, gdy konstruktor dysponuje odpowiednimi narzędziami w postaci specjalizowanego oprogramowania [1] i sprzętu komputerowego. Nie jest tak trudne zwłaszcza wówczas, gdy skrzynia przekładniowa składa się z kół zębatach o jednakowej wartości liczbowej modułu [1], [2].

Wydaje się, że stosowanie zasady jednakowy moduł, nie pozwala na uzyskanie najlepszych rozwiązań konstrukcyjnych pod względem kosztów ekonomicznych. Jednakże ze względów wytrzymałościowych uzyskane wyniki w takim podejściu spełniają stawiane wymagania. Wykorzystany w tej pracy komputerowy system projektowania przekładni zębatach 'PRZEKŁADNIA' [1], pozwala aktualnie na stosowanie jednocześnie różnych modułów w przekładni.

System projektowania wyposażono w zestaw kryteriów cząstkowych, który zapewnia między innymi: maksymalizację czołowego stopnia pokrycia, minimalizację współczynnika kształtu zęba, minimalizację mas poszczególnych kół zębatach, równomierność obciążeń kół (poziomów naprężeń stopy zęba i naprężeń boku zęba). Dzięki temu możliwe jest takie kształtowanie kół zębatach, zarówno w przypadku stałych modułów jak i ich zestawów, które zapewni spełnienie warunków wytrzymałościowych każdej pary zębatej, nie pozostawiając jednocześnie nadmiaru jej parametrów geometrycznych mających bezpośredni związek z objętością materiału. Zbędna objętość materiału, jako negatywny wynik działalności konstrukcyjnej, powoduje wzrost masy własnej wirujących kół zębatach i wzrost reakcji dynamicznych łożysk tocznych.

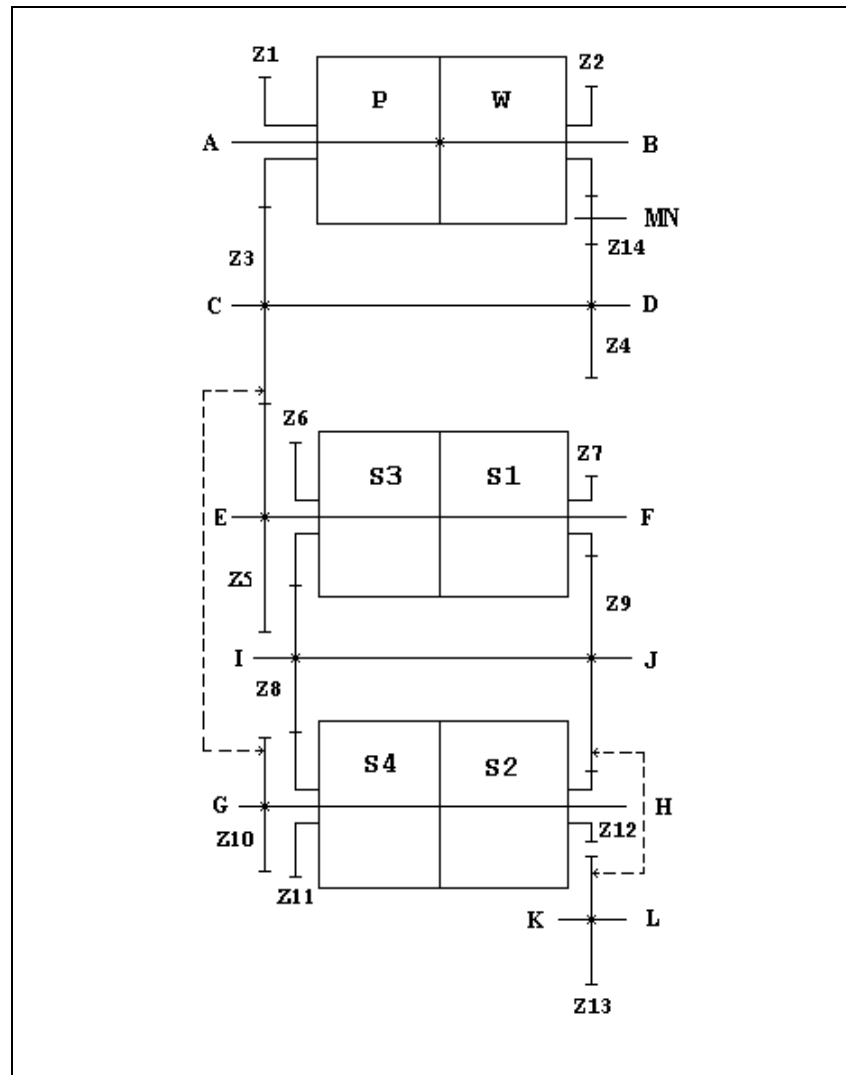
Obiektem, na którym przeprowadzono obliczenia za pomocą wymienionego systemu obliczeniowego, jest skrzynia przekładniowa typu „power shift” o ośmiu biegach (cztery biegi do przodu i cztery biegi do tyłu), przeznaczona do układu napędowego ładowarki kołowej.

2. SKRZYNIA PRZEKŁADNIOWA I JEJ PODSTAWOWE PARAMETRY

Rozpatrywana skrzynia przekładniowa składa się z czternastu kół zębatach, które tworzą 10 zazębiających się par, siedmiu wałków i sześciu sprzęgieł. Na wałku AB usytuowane są dwa sprzęgła kierunkowe, P i W. Sprzęgło P służy do zamykania łańcucha kinematycznego zaczynającego się na parze zębatej z_1/z_3 , który realizuje napęd podczas jazdy do przodu. Sprzęgło W zamyka łańcuch kinematyczny na parze zębatej z_2/z_{14} i umożliwia realizację napędu podczas jazdy do tyłu.

Sprzęgła S1 i S3 na wałku EF realizują napęd, odpowiednio na biegu pierwszym i trzecim podczas jazdy do przodu oraz na biegu piątym i siódmym podczas jazdy do tyłu. Sprzęgła S2 i S4 na wałku GH umożliwiają uzyskanie napędu na biegu drugim i czwartym w czasie jazdy do przodu oraz na biegu szóstym i ósmym w czasie jazdy do tyłu.

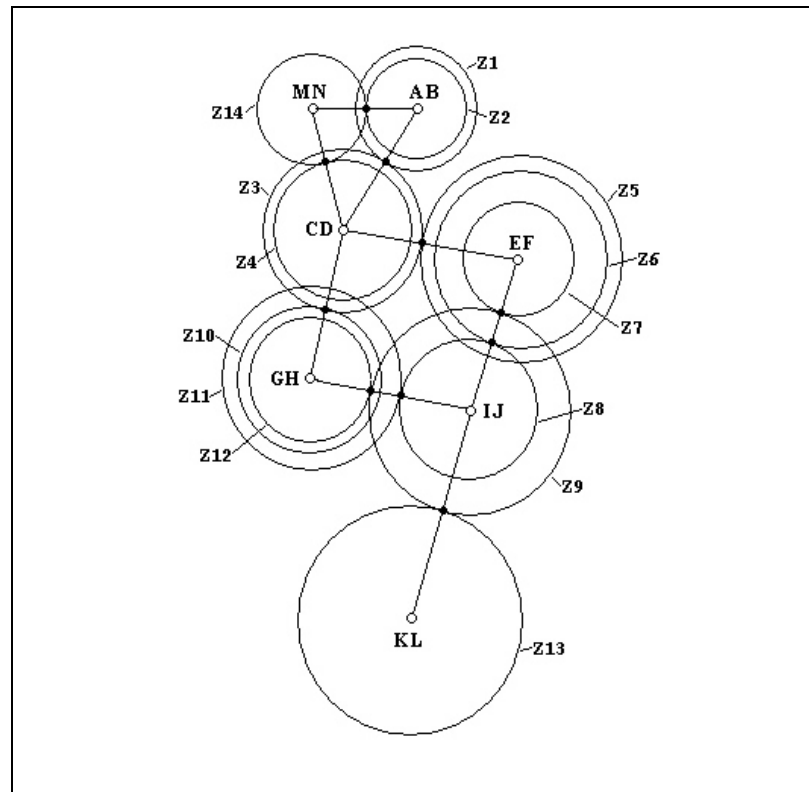
Przekrój osiowy schematu kinematycznego rozpatrywanej skrzyni przekładniowej przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Przekrój osiowy schematu kinematycznego skrzyni przekładniowej SB 4150

Fig. 1. Axial section of SB 4150 gear box's kinematic diagram.

Osie wzdłużne poszczególnych wałków i kół zębatych powyższego schematu, leżą w sześciu płaszczyznach pionowych. Z tego powodu, nie ma możliwości wyraźnego przedstawienia ząbiających się par zębatych tworzących odpowiedni łańcuch kinematyczny poszczególnych biegów. Niedostatek przekroju osiowego uzupełnia przekrój promieniowy przedstawiony na rysunku 2.



Rys. 2. Przekrój promieniowy schematu kinematycznego skrzyni przekładniowej SB 4150
 Fig. 2. Radial section of SB 4150 gear box's kinematic diagram.

Na podstawie rysunku 1 i 2 można zapisać ilorazy przełożeń tworzące łańcuch kinematyczny poszczególnych biegów. I tak przełozenia:

$$i_1 = \frac{z_3}{z_1} \cdot \frac{z_5}{z_3} \cdot \frac{z_9}{z_7} \cdot \frac{z_{13}}{z_9}$$

$$i_2 = \frac{z_3}{z_1} \cdot \frac{z_{10}}{z_3} \cdot \frac{z_9}{z_{12}} \cdot \frac{z_{13}}{z_9}$$

$$i_3 = \frac{z_3}{z_1} \cdot \frac{z_5}{z_3} \cdot \frac{z_8}{z_6} \cdot \frac{z_{13}}{z_9}$$

$$i_4 = \frac{z_3}{z_1} \cdot \frac{z_{10}}{z_3} \cdot \frac{z_8}{z_{11}} \cdot \frac{z_{13}}{z_9}$$

umożliwiają realizację napędu podczas jazdy do przodu. Zaś według przełożeń:

$$i_5 = \frac{z_{14}}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_{14}} \cdot \frac{z_5}{z_3} \cdot \frac{z_9}{z_7} \cdot \frac{z_{13}}{z_9}$$

$$i_6 = \frac{z_{14}}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_{14}} \cdot \frac{z_{10}}{z_3} \cdot \frac{z_9}{z_{12}} \cdot \frac{z_{13}}{z_9}$$

$$i_7 = \frac{z_{14}}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_{14}} \cdot \frac{z_5}{z_3} \cdot \frac{z_8}{z_6} \cdot \frac{z_{13}}{z_9}$$

$$i_8 = \frac{z_{14}}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_{14}} \cdot \frac{z_{10}}{z_3} \cdot \frac{z_8}{z_{11}} \cdot \frac{z_{13}}{z_9}$$

zachodzi napęd podczas jazdy do tyłu. Wartości liczbowe przełożeń wyznaczają mniejszą prędkość jazdy do przodu z większym momentem obciążającym, w porównaniu do tych samych wielkości fizycznych podczas jazdy do tyłu.

3. ANALIZA OBCIĄŻEŃ PAR ZĘBATYCH

Wykonana analiza jakościowa obciążeń momentem obrotowym poszczególnych par zębatych wskazuje, że największe obciążenie przenosi para zębata z_{13}/z_9 na biegu pierwszym. Drugą parą zębatą narażoną na wysokie obciążenie jest para z_9/z_7 także na biegu pierwszym. A więc koła zębate tworzące powyższe pary powinny posiadać odpowiednio dużą wartość liczbową modułu, wynikającą z obliczeń wytrzymałościowych.

Pozostałe pary zębate przenoszą już znacznie mniejsze obciążenia, stąd i moduły mogą być mniejsze. Jednakże w parze zębatej z_9/z_{12} pomimo obciążenia kwalifikowanego jako znacznie mniejsze, moduł koła zębatego z_{12} determinowany jest modułem pary z_{13}/z_9 przenoszącej największe obciążenie. A zatem koła zębate: z_7 , z_9 , z_{12} , z_{13} tworzące pary: z_9/z_7 , z_{13}/z_9 , z_9/z_{12} powinny posiadać najwyższą wartość modułu, jaka będzie obliczona za pomocą wykorzystanego programu.

Koła zębate tworzące pary: z_3/z_1 , z_5/z_3 , z_{10}/z_3 , z_{14}/z_2 , z_4/z_{14} obciążone momentem obrotowym o wartości odpowiednio niższej, będą przyjmowały mniejszą wartość modułu. Najniższe wartości obciążeń przenoszą pary: z_8/z_6 , z_8/z_{11} , w których to występujące koła zębate będą posiadały najmniejszą wartość modułu, spełniając równocześnie warunki wytrzymałościowe.

4. OPIS ZADANIA OPTYMALIZACJI I WYNIKI

Rozpatrywane zadanie optymalizacji jest stosunkowo złożone a charakteryzują go następujące wielkości:

- 141 zmiennych decyzyjnych (128 dla wspólnego modułu),
- 265 ograniczeń, w tym 15 równościowych,
- 5 kryteriów cząstkowych.

Kryteria cząstkowe zostały sformułowane jak poniżej [2]:

- odwrotność minimalnego czołowego stopnia pokrycia ε_{α} dla 'p' par kół:

$$K_1 = \frac{1}{\min_{i=1,p} \varepsilon_{\alpha i}}$$

- maksymalny współczynnik kształtu zęba γ_F dla 'k' kół:

$$K_2 = \max_{i=1,k} \gamma_{Fi}$$

- całkowita masa kół:

$$K_3 = \sum_{i=1}^k m_i$$

- równomierność obciążeń kół:

$$K_4 = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2}$$

gdzie: δ_1 - odchylenie standardowe różnicy $\sigma_{F_{dop}} - \sigma_{F_{max}}$

$\sigma_{F_{dop}}$ - dopuszczalna zmęczeniowa wytrzymałość stopy zęba

$\sigma_{F_{max}}$ - maksymalne naprężenie stopy zęba

δ_2 - odchylenie standardowe różnicy $\sigma_{hpk} - \sigma_{hk}$

σ_{hpk} - naprężenie dopuszczalne boku zęba

σ_{hk} - obliczeniowe naprężenie boku zęba

- ilość naruszonych ograniczeń:

$$K_5 = \frac{\sum_{i=1}^{lo} no_i}{lo}$$

a kryterium globalne zapisano zależnością:

$$K_G = \sum_{j=1}^5 w_j \frac{K_j}{K_{nj}} \quad K_G \rightarrow \min$$

gdzie:

p - ilość par kół,

k - ilość kół,

no - wskaźnik niespełnienia ograniczeń, 'no' przyjmuje wartości 0 lub 1,

lo - ilość ograniczeń funkcyjnych (równościowych i nierównościowych),

w_j - współczynnik wagowy kryterium cząstkowego 'j',

K_{nj} - wartość normująca kryterium cząstkowe 'j'.

Ze względu na złożoność obliczeń, wykonano dotychczas tylko nieznaczną, w stosunku do wielkości zadania, ilość obliczeń optymalizacyjnych. Obliczenia te przeprowadzono dla trzech zestawów współczynników wagowych kryteriów, oznaczonych przez A, B, C, a mianowicie:

$$A: \quad w_1=0.25 \quad w_2=0.15 \quad w_3=0.20 \quad w_4=0.15 \quad w_5=0.25$$

$$B: \quad w_1=0.25 \quad w_2=0.20 \quad w_3=0.20 \quad w_4=0.10 \quad w_5=0.25$$

$$C: \quad w_1=0.30 \quad w_2=0.20 \quad w_3=0.25 \quad w_4=0.05 \quad w_5=0.20$$

oraz dwóch punktów startowych różniących się wartością modułu: 'm'=5, 8 (moduł 'm' w punktach startowych był identyczny dla wszystkich kół przekładni). Wykorzystano oprogramowanie w wersji ze stałym modułem (moduł jako jedna ze zmiennych decyzyjnych) oraz ze zmiennymi modułami. W tablicy 1 przedstawiono wybrane, najlepsze wyniki obliczeń optymalizacyjnych dla rozwiązania początkowego (z modułem 'm'=5) oraz trzech zestawów wag. W przypadku rozwiązania 'A' wykorzystano zmienne moduły.

Tablica 1

Wartości składowych kryteriów cząstkowych

Nr pary kół lub nr kola	Czołowy stopień pokrycia				Współczynnik kształtu zęba			
	Punkt startowy	Po optymalizacji			Punkt startowy	Po optymalizacji		
		'A'	'B'	'C'		'A'	'B'	'C'
1	1.676	1.612	1.745	1.740	1.497	1.280	1.298	1.281
2	1.741	1.753	1.840	1.783	1.624	1.057	1.292	1.289
3	1.644	1.613	1.851	1.741	1.364	1.397	1.299	1.287
4	1.731	1.682	1.857	1.758	1.393	1.141	1.194	1.202
5	1.676	1.615	1.745	1.741	1.260	1.298	1.232	1.235
6	1.644	1.612	1.846	1.743	1.370	1.329	1.278	1.278
7	1.669	1.683	1.845	1.807	1.641	1.398	1.298	1.187
8	1.669	1.685	1.844	1.808	1.540	1.399	1.300	1.286
9	1.611	1.614	1.745	1.740	1.421	1.399	1.299	1.289
10	1.667	1.669	1.746	1.761	1.497	1.262	1.302	1.270
11					1.370	1.333	1.294	1.284
12					1.641	1.399	1.300	1.201
13					1.280	1.321	1.109	1.176
14					1.591	1.373	1.299	1.286

Nr pary kół lub nr kola	Masa kola [kg]				$\sigma_{F_{dop}} - \sigma_{F_{max}}$ [MPa]			
	Punkt startowy	Po optymalizacji			Punkt startowy	Po optymalizacji		
		'A'	'B'	'C'		'A'	'B'	'C'
1	2.415	1.753	1.366	1.660	1201.7	267.7	327.8	371.5
2	1.835	1.640	1.098	1.580	1172.6	278.5	507.5	565.8
3	9.830	4.631	3.552	4.005	1107.7	224.2	160.8	221.0
4	7.840	3.622	3.139	3.478	1096.2	263.3	270.9	390.3
5	12.593	4.136	3.576	4.086	1100.4	254.0	167.8	253.5
6	10.358	4.638	3.862	4.528	1072.9	346.6	389.9	386.7
7	1.058	2.124	1.549	1.501	766.4	407.6	598.0	380.5
8	1.835	1.667	1.200	1.466	1183.5	87.9	7.6	87.1
9	8.319	7.525	6.943	6.666	670.8	3.9	8.2	2.1
10	2.415	1.787	1.498	1.793	1201.7	253.4	332.1	358.9
11	10.358	3.183	2.936	3.197	1240.4	362.5	574.0	564.9
12	1.058	1.793	1.247	1.449	1146.8	551.3	738.1	734.2
13	11.451	7.340	6.109	7.017	685.1	172.2	154.0	270.1
14	2.415	1.873	1.776	1.852	1159.6	250.5	276.8	382.7

Nr pary kół lub nr kola	$\sigma_{hpk} - \sigma_{hk}$ [MPa]			
	Punkt startowy	Po optymalizacji		
		'A'	'B'	'C'
1	940.5	211.9	117.3	188.0
2	724.1	212.0	110.0	193.8
3	997.7	226.8	133.2	206.7
4	903.9	241.0	102.9	222.8
5	1179.7	238.3	186.3	269.9
6	894.9	277.7	71.1	165.5
7	65.5	120.4	0.0	1.5
8	882.7	183.6	52.2	139.5
9	319.7	237.7	129.2	182.9
10	938.7	236.8	115.7	196.8
11	1260.8	320.9	272.8	380.6
12	646.5	312.3	207.7	435.2
13	697.4	250.6	129.2	313.9
14	754.5	222.6	88.3	211.6

Tablica 2 zawiera wartości unormowanych kryteriów cząstkowych oraz kryterium globalnego, dla punktu startowego oraz dla trzech rozwiązań polioptymalnych.

Tablica 2

Wartości kryteriów cząstkowych (unormowanych) oraz kryterium globalnego

Kryteria	Punkt startowy	Po optymalizacji		
		'A'	'B'	'C'
Kryterium cząstkowe K_1	0.18617	0.15504	0.14329	0.17238
Kryterium cząstkowe K_2	0.16413	0.10495	0.13015	0.12891
Kryterium cząstkowe K_3	0.34908	0.15904	0.13284	0.18449
Kryterium cząstkowe K_4	0.06136	0.06603	0.06927	0.03555
Kryterium cząstkowe K_5	0.67925	0.00000	0.00000	0.00000
Kryterium globalne K_G	1.43998	0.48507	0.47556	0.52134

Przedstawione wyniki wskazują na duże korzyści wynikające z wykorzystania optymalizacji wielokryterialnej, w procesie projektowania przekładni zębatych. Wykonanie większej ilości obliczeń oraz wprowadzenie szerszego zestawu wag, różnych typów kół [2], pozwoli szerzej ująć problem.

5. PODSUMOWANIE

Stosowanie optymalizacji wielokryterialnej w procesie projektowania przekładni zębatych daje możliwości uzyskania wysokich parametrów eksploatacyjnych przekładni. Te pozytywne cechy uzyskiwane są przez: maksymalizację współczynnika zazębienia (stopnia pokrycia), minimalizację współczynnika kształtu zęba, racjonalizację wartości liczbowej modułu, minimalizację naprężeń zginających u podstawy zęba, minimalizację naprężeń powierzchniowych boku zęba. Przeprowadzenie skutecznej optymalizacji, wymaga pewnego doświadczenia ze strony użytkownika systemu, ze względu na właściwe dobranie ograniczeń i parametrów kryteriów na etapie przygotowania danych.

Literatura

1. Martyna M., Zwolak J.: System komputerowy projektowania przekładni zębatych. Problemy Inżynierii Mechanicznej i Robotyki nr 6. 2002. Wydawnictwa Akademii Górniczo-Hutniczej im. S. Staszica w Krakowie.
2. Martyna M., Zwolak J.: Optymalizacja skrzyni przekładniowej typu „power shift”. Maszyny Dźwigowo Transportowe nr 3. 2003.

Abstract

The application of multicriterion optimisation in the process of designing toothed gear is a method of maximising the gear's operating parameters. This increase is achieved by: maximising the meshing factor (degree of cover), minimising the tooth shape factor, rationalising the module's numeric value, minimising bending stress at the tooth base, minimising surface stress at the side of the tooth. Effective optimisation requires a certain degree of experience on behalf of the system user to ensure that the right boundaries and criteria parameters are selected at the data processing stage.